

106 年國中教育會考

數 學 科 題 本

一、選擇題（1-26 題）

() 1. 算式 $(-2) \times |-5| - |-3|$ 之值為何？

- (A) 13
- (B) 7
- (C) -13
- (D) -7

【答案】C

【解析】原式 $= (-2) \times 5 - 3 = (-10) - 3 = -13$

() 2. 下列哪一個選項中的等式成立？

- (A) $\sqrt{2^2} = 2$
- (B) $\sqrt{3^3} = 3$
- (C) $\sqrt{4^4} = 4$
- (D) $\sqrt{5^5} = 5$

【答案】A

【解析】(B) $\sqrt{3^3} = 3\sqrt{3}$

(C) $\sqrt{4^4} = 16$

(D) $\sqrt{5^5} = 25\sqrt{5}$

故選(A)

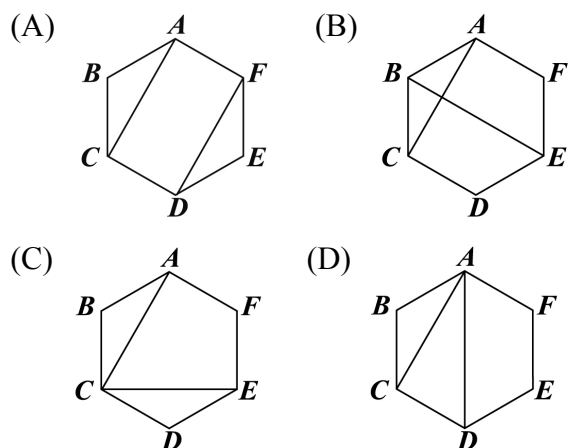
() 3. 計算 $6x \cdot (3 - 2x)$ 的結果，與下列哪一個式子相同？

- (A) $-12x^2 + 18x$
- (B) $-12x^2 + 3$
- (C) $16x$
- (D) $6x$

【答案】A

【解析】原式 $= 18x - 12x^2 = -12x^2 + 18x$

- () 4. 若阿光以四種不同的方式連接正六邊形 $ABCDEF$ 的兩條對角線，連接後的情形如下列選項中的圖形所示，則下列哪一個圖形不是線對稱圖形？



【答案】D

【解析】(A) 對稱軸為 $\overleftrightarrow{BE}$ 或 $\overleftrightarrow{AF}$ 的垂直平分線

(B) 對稱軸為 $\overleftrightarrow{BE}$

(C) 對稱軸為 $\overleftrightarrow{CF}$

(D) 無對稱軸 $\Rightarrow$ 不是線對稱圖形

- () 5. 已知坐標平面上有兩直線相交於一點 $(2, a)$ ，且兩直線的方程式分別為 $2x + 3y = 7$ 、 $3x - 2y = b$ ，其中 a 、 b 為兩數。求 $a + b$ 之值為何？

(A) 1

(B) -1

(C) 5

(D) -5

【答案】C

【解析】將 $(2, a)$ 代入

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 2y = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + 3a = 7 \\ 6 - 2a = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2a + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\therefore a + b = 1 + 4 = 5$$

- () 6. 阿信、小怡兩人打算搭乘同一班次電車上學。若此班次電車共有 5 節車廂，且阿信從任意一節車廂上車的機會相等，小怡從任意一節車廂上車的機會相等，則兩人從同一節車廂上車的機率為何？

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{5}$

(C) $\frac{1}{10}$

(D) $\frac{1}{25}$

【答案】B

【解析】阿信、小怡各有 5 節車廂可選擇

⇒ 共有 25 種

又從同一節車廂上車有 5 種

$$\text{機率} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

- () 7. 平面上有 A 、 B 、 C 三點，其中 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{AC} = 5$ 。若分別以 A 、 B 、 C 為圓心，半徑長為 2 畫圓，畫出圓 A 、圓 B 、圓 C ，則下列敘述何者正確？

(A) 圓 A 與圓 C 外切，圓 B 與圓 C 外切

(B) 圓 A 與圓 C 外切，圓 B 與圓 C 外離

(C) 圓 A 與圓 C 外離，圓 B 與圓 C 外切

(D) 圓 A 與圓 C 外離，圓 B 與圓 C 外離

【答案】C

【解析】∵ $\overline{AC} = 5 > 2 + 2$

∴ 圓 A 與圓 C 外離

∵ $\overline{BC} = 4 = 2 + 2$

∴ 圓 B 與圓 C 外切

故選(C)

() 8. 下列選項中所表示的數，哪一個與 252 的最大公因數為 42？

(A) $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$

(B) $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$

(C) $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$

(D) $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

【答案】A

【解析】 $42 = 2 \times 3 \times 7$

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

(A) 最大公因數 $= 2 \times 3 \times 7$

(B) 最大公因數 $= 2 \times 3^2 \times 7$

(C) 最大公因數 $= 2^2 \times 3 \times 7$

(D) 最大公因數 $= 2^2 \times 3^2 \times 7$

故選(A)

() 9. 某高中的籃球隊成員中，一、二年級的成員共有 8 人，三年級的成員有 3 人。一、二年級的成員身高（單位：公分）如下：

$$172、172、174、174、176、176、178、178$$

若隊中所有成員的平均身高為 178 公分，則隊中三年級成員的平均身高為幾公分？

(A) 178

(B) 181

(C) 183

(D) 186

【答案】D

【解析】 $172 + 172 + 174 + 174 + 176 + 176 + 178 + 178 = 1400$

設三年級的平均身高為 x 公分

$$3x + 1400 = 178 \times 11$$

$$3x + 1400 = 1958$$

$$3x = 558, x = 186$$

故選(D)

- ()10. 已知在卡樂芙超市內購物總金額超過 190 元時，購物總金額有打八折的優惠。安妮帶 200 元到卡樂芙超市買棒棒糖，若棒棒糖每根 9 元，則她最多可買多少根棒棒糖？

(A) 22

(B) 23

(C) 27

(D) 28

【答案】C

【解析】設買 x 根棒棒糖

$$9x \times 0.8 \leq 200$$

$$x \leq \frac{250}{9} = 27.7\ldots$$

$\therefore$ 最多可買 27 根棒棒糖

故選(C)

- ()11. 如圖(一)， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 上。
若 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{CE} : \overline{EB} = 2 : 3$ ，則 $\triangle DBE$ 與 $\triangle ADC$ 的面積比為何？

(A) 3 : 5

(B) 4 : 5

(C) 9 : 10

(D) 15 : 16

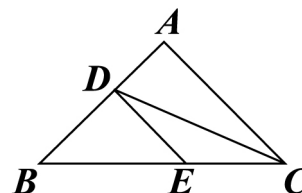
【答案】C

【解析】 $\triangle DBE$ 面積 : $\triangle DBC$ 面積 = $\overline{BE} : \overline{BC} = 3 : 5 = 9 : 15$

$$\triangle DBC \text{ 面積} : \triangle ADC \text{ 面積} = \overline{BD} : \overline{AD} = 3 : 2 = 15 : 10$$

$$\therefore \triangle DBE \text{ 面積} : \triangle ADC \text{ 面積} = 9 : 10$$

故選(C)



圖(一)

- ()12. 一元二次方程式 $x^2 - 8x = 48$ 可表示成 $(x-a)^2 = 48+b$ 的形式，其中 a 、 b 為整數。求 $a+b$ 之值為何？

- (A) 20
(B) 12
(C) -12
(D) -20

【答案】A

【解析】 $x^2 - 8x + 16 = 48 + 16$

$$(x-4)^2 = 48 + 16$$

$$\Rightarrow a=4, b=16, a+b=20$$

故選(A)

- ()13. 已知坐標平面上有一長方形 $ABCD$ ，其坐標分別為 $A(0,0)$ 、 $B(2,0)$ 、 $C(2,1)$ 、 $D(0,1)$ 。今固定 B 點並將此長方形依順時針方向旋轉，如圖(二)所示。若旋轉後 C 點的坐標為 $(3,0)$ ，則旋轉後 D 點的坐標為何？

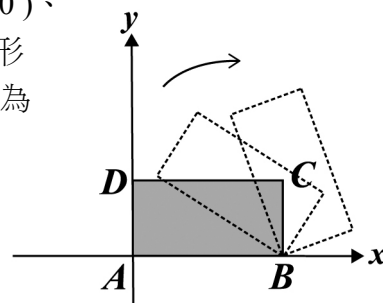
- (A) $(2,2)$
(B) $(2,3)$
(C) $(3,3)$
(D) $(3,2)$

【答案】D

【解析】 $\overline{CD} = 2$ ，旋轉後 C 點為 $(3,0)$

$\therefore$ 旋轉後 D 點為 $(3,2)$

故選(D)



圖(二)

()14. 圖(三)為平面上五條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 、 L_5 相交的情形。根據圖中標示的角度，判斷下列敘述何者正確？

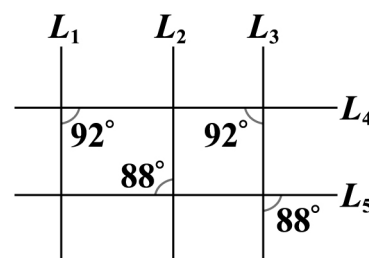
- (A) L_1 和 L_3 平行， L_2 和 L_3 平行
 (B) L_1 和 L_3 平行， L_2 和 L_3 不平行
 (C) L_1 和 L_3 不平行， L_2 和 L_3 平行
 (D) L_1 和 L_3 不平行， L_2 和 L_3 不平行

【答案】C

【解析】 $92^\circ + 92^\circ \neq 180^\circ \Rightarrow L_1$ 與 L_3 不平行

$88^\circ = 88^\circ \Rightarrow L_2$ 與 L_3 平行

故選(C)



圖(三)

()15. 威立到小吃店買水餃，他身上帶的錢恰好等於 15 粒蝦仁水餃或 20 粒韭菜水餃的價錢。若威立先買了 9 粒蝦仁水餃，則他身上剩下的錢恰好可買多少粒韭菜水餃？

- (A) 6
 (B) 8
 (C) 9
 (D) 12

【答案】B

【解析】設 1 粒蝦仁水餃為 x 元，1 粒韭菜水餃為 y 元

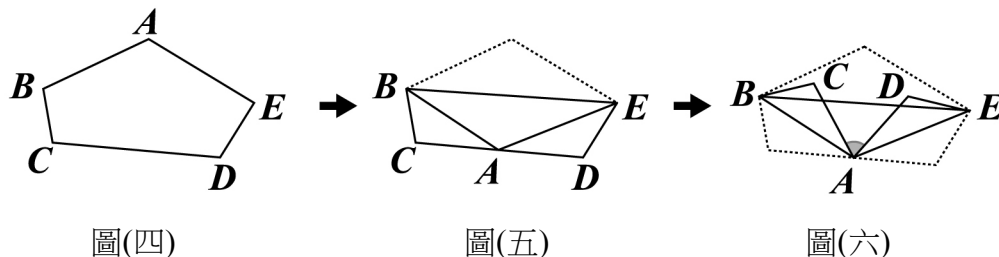
所有錢數 $= 15x = 20y$

$\Rightarrow 3x = 4y$

$15x - 9x = 6x = 2 \times 3x = 2 \times 4y = 8y$

故選(B)

- () 16. 將圖(四)中五邊形紙片 $ABCDE$ 的 A 點以 $\overline{BE}$ 為摺線往下摺， A 點恰好落在 $\overline{CD}$ 上，如圖(五)所示。再分別以圖(五)的 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AE}$ 為摺線，將 C 、 D 兩點往上摺，使得 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五點均在同一平面上，如圖(六)所示。若圖(四)中 $\angle A = 124^\circ$ ，則圖(六)中 $\angle CAD$ 的度數為何？



- (A) 56
(B) 60
(C) 62
(D) 68

【答案】D

【解析】由圖(五)知 $\angle BAC + \angle EAD = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$

$\therefore$ 圖(六)中 $\angle CAD = 180^\circ - 56^\circ \times 2 = 68^\circ$

故選(D)

- () 17. 若 a 、 b 為兩質數且相差 2，則 $ab+1$ 之值可能為下列何者？

- (A) 39^2
(B) 40^2
(C) 41^2
(D) 42^2

【答案】D

【解析】(A) $ab+1=39^2$ ， $ab=39^2-1=40 \times 38$

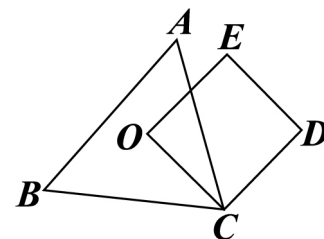
(B) $ab+1=40^2$ ， $ab=40^2-1=41 \times 39$

(C) $ab+1=41^2$ ， $ab=41^2-1=42 \times 40$

(D) $ab+1=42^2$ ， $ab=42^2-1=43 \times 41$

故選(D)

- () 18. 如圖(七)， O 為銳角三角形 ABC 的外心，四邊形 $OCDE$ 為正方形，其中 E 點在 $\triangle ABC$ 的外部。判斷下列敘述何者正確？



圖(七)

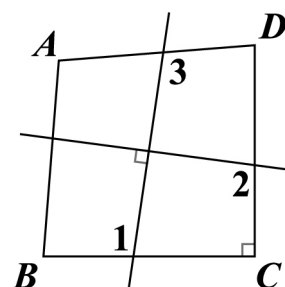
- (A) O 是 $\triangle AEB$ 的外心， O 是 $\triangle AED$ 的外心
 (B) O 是 $\triangle AEB$ 的外心， O 不是 $\triangle AED$ 的外心
 (C) O 不是 $\triangle AEB$ 的外心， O 是 $\triangle AED$ 的外心
 (D) O 不是 $\triangle AEB$ 的外心， O 不是 $\triangle AED$ 的外心

【答案】B

【解析】 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OE}$ ，且 $\overline{OD} = \sqrt{2} \overline{OE}$

故選(B)

- () 19. 圖(八)為互相垂直的兩直線將四邊形 $ABCD$ 分成四個區域的情形。若 $\angle A = 100^\circ$ ， $\angle B = \angle D = 85^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，則根據圖中標示的角，判斷下列 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 的大小關係，何者正確？



圖(八)

- (A) $\angle 1 = \angle 2 > \angle 3$
 (B) $\angle 1 = \angle 3 > \angle 2$
 (C) $\angle 2 > \angle 1 = \angle 3$
 (D) $\angle 3 > \angle 1 = \angle 2$

【答案】D

【解析】 $(180^\circ - \angle 1) + \angle 2 = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$

$$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$$

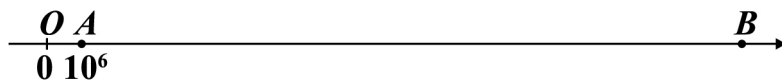
$$(180^\circ - \angle 2) + \angle 3 = 360^\circ - 85^\circ - 90^\circ = 185^\circ$$

$$\Rightarrow \angle 3 - \angle 2 = 5^\circ \Rightarrow \angle 3 > \angle 2$$

$$\therefore \angle 3 > \angle 1 = \angle 2$$

故選(D)

- () 20. 圖(九)的數線上有 O 、 A 、 B 三點，其中 O 為原點， A 點所表示的數為 10^6 。根據圖中數線上這三點之間的實際距離進行估計，下列何者最接近 B 點所表示的數？



圖(九)

- (A) 2×10^6
 (B) 4×10^6
 (C) 2×10^7
 (D) 4×10^8

【答案】C

【解析】(A) $2 \times 10^6 = 2 \overline{OA}$

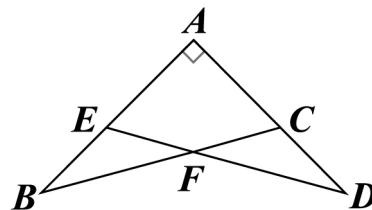
(B) $4 \times 10^6 = 4 \overline{OA}$

(C) $2 \times 10^7 = 20 \overline{OA}$

(D) $4 \times 10^8 = 400 \overline{OA}$

故選(C)

- () 21. 如圖(十)， $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 中， C 、 E 兩點分別在 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{BC}$ 與 $\overline{DE}$ 相交於 F 點。若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = \angle D = 30^\circ$ ， $\overline{AC} = \overline{AE} = 1$ ，則四邊形 $AEFC$ 的周長為何？



圖(十)

- (A) $2\sqrt{2}$
 (B) $2\sqrt{3}$
 (C) $2 + \sqrt{2}$
 (D) $2 + \sqrt{3}$

【答案】B

【解析】 $\triangle ABC$ 為 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 三角形

又 $\overline{AC} = 1 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{3}$

又 $\angle AED = 60^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$

$\triangle BEF$ 中，由外角定理

$\Rightarrow \angle BFE = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

$\Rightarrow \triangle BFE$ 為等腰三角形

$\Rightarrow \overline{EF} = \overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = \sqrt{3} - 1$

同理 $\overline{CF} = \sqrt{3} - 1$

四邊形 $AEFC$ 周長 $= 1 + 1 + \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3}$

- () 22. 已知坐標平面上有兩個二次函數 $y=a(x+1)(x-7)$ 、 $y=b(x+1)(x-15)$ 的圖形，其中 a 、 b 為整數。判斷將二次函數 $y=b(x+1)(x-15)$ 的圖形依下列哪一種方式平移後，會使得此兩圖形的對稱軸重疊？

- (A) 向左平移 4 單位
(B) 向右平移 4 單位
(C) 向左平移 8 單位
(D) 向右平移 8 單位

【答案】A

【解析】 $y=a(x+1)(x-7)$ 和 x 軸的交點為 $(-1, 0)$ 、 $(7, 0) \Rightarrow$ 對稱軸為 $x=3$

$y=b(x+1)(x-15)$ 和 x 軸的交點為 $(-1, 0)$ 、 $(15, 0) \Rightarrow$ 對稱軸為 $x=7$

$$3-7=-4$$

向左平移 4 單位

- () 23. 圖(十一) 為阿輝、小薰一起到商店分別買了數杯飲料與在家分飲料的經過。



圖(十一)

若每杯飲料的價格均相同，則根據圖中的對話，判斷阿輝買了多少杯飲料？

- (A) 22
(B) 25
(C) 47
(D) 50

【答案】A

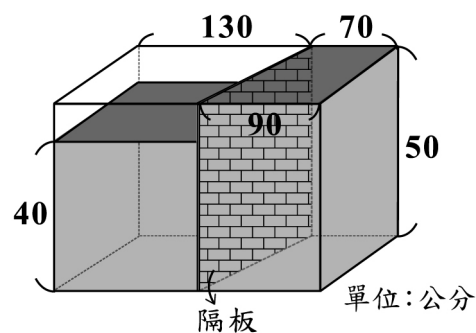
【解析】小薰付 $1000+120=1120$ (元)

阿輝付 $2000-1120=880$ (元)

1 杯飲料為 $(1120-880) \div 6=40$ (元)

$880 \div 40=22$ (杯)

- () 24. 如圖(十二)，水平桌面上有個內部裝水的長方體箱子，箱內有一個與底面垂直的隔板，且隔板左右兩側的水面高度分別為 40 公分、50 公分。今將隔板抽出，若過程中箱內的水量未改變，且不計箱子及隔板厚度，則根據圖中的數據，求隔板抽出後水面靜止時，箱內的水面高度為多少公分？



圖(十二)

(A) 43

(B) 44

(C) 45

(D) 46

【答案】B

【解析】設長方體的寬為 x 公分，抽出隔板後之水面高度為 h 公分長方體的長為 $130 + 70 = 200$ (公分)

$$\frac{(130 + 110) \times x}{2} \times 40 + \frac{(70 + 90) \times x}{2} \times 50 = 200 \times x \times h$$

$$120 \times x \times 40 + 80 \times x \times 50 = 200 \times x \times h$$

$$4800 + 4000 = 200h$$

$$8800 = 200h$$

$$h = 44$$

()25. 如圖(十三)，某計算機中有 $\sqrt{\quad}$ 、 $1/x$ 、 x^2 三個按鍵，
 以下是這三個按鍵的功能。

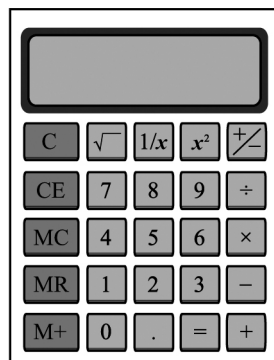
1. $\sqrt{\quad}$ ：將螢幕顯示的數變成它的正平方根，例如：螢幕顯示的數為 49 時，按下 $\sqrt{\quad}$ 後會變成 7。
2. $1/x$ ：將螢幕顯示的數變成它的倒數，例如：螢幕顯示的數為 25 時，按下 $1/x$ 後會變成 0.04。
3. x^2 ：將螢幕顯示的數變成它的平方，例如：螢幕顯示的數為 6 時，按下 x^2 後會變成 36。

若螢幕顯示的數為 100 時，小劉第一下按 $\sqrt{\quad}$ ，第二下按 $1/x$ ，第三下按 x^2 ，之後以 $\sqrt{\quad}$ 、 $1/x$ 、 x^2 的順序輪流按，則當他按了第 100 下後螢幕顯示的數是多少？

- (A) 0.01
 (B) 0.1
 (C) 10
 (D) 100

【答案】B

【解析】① $\sqrt{\quad} \Rightarrow \sqrt{100} = 10$
 ② $1/x \Rightarrow \frac{1}{10} = 0.1$
 ③ $x^2 \Rightarrow 0.1^2 = 0.01$
 ④ $\sqrt{\quad} \Rightarrow \sqrt{0.01} = 0.1$
 ⑤ $1/x \Rightarrow \frac{1}{0.1} = 10$
 ⑥ $x^2 \Rightarrow 10^2 = 100$
 $100 \div 6 = 16 \dots 4$
 $\Rightarrow$ 第 100 次為 0.1



圖(十三)

- () 26. 圖(十四)為兩正方形 $ABCD$ 、 $BPQR$ 重疊的情形，其中 R 點在 $\overline{AD}$ 上， $\overline{CD}$ 與 $\overline{QR}$ 相交於 S 點。若兩正方形 $ABCD$ 、 $BPQR$ 的面積分別為 16、25，則四邊形 $RBCS$ 的面積為何？

- (A) 8
 (B) $\frac{17}{2}$
 (C) $\frac{28}{3}$
 (D) $\frac{77}{8}$

【答案】D

【解析】正方形 $ABCD$ 面積為 16 $\Rightarrow$ 邊長為 4

正方形 $BPQR$ 面積為 25 $\Rightarrow$ 邊長為 5

$\triangle ABR$ 中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BR} = 5$

$$\Rightarrow \overline{AR} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\Rightarrow \overline{RD} = \overline{AD} - \overline{AR} = 4 - 3 = 1$$

又 $\triangle ABR \sim \triangle DRS$ (AA 相似)

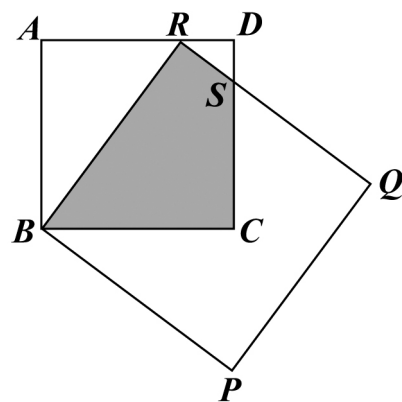
$$\overline{AB} : \overline{DR} = \overline{AR} : \overline{DS}$$

$$4 : 1 = 3 : \overline{DS}$$

$$\Rightarrow \overline{DS} = \frac{3}{4}$$

四邊形 $RBCS$ 面積 = 正方形 $ABCD$ 面積 - $\triangle ABR$ 面積 - $\triangle RDS$ 面積

$$= 4 \times 4 - \frac{4 \times 3}{2} - 1 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{77}{8}$$



圖(十四)

二、非選擇題（1-2 題）

1. 今有甲、乙、丙三名候選人參與某村村長選舉，共發出 1800 張選票，得票數最高者為當選人，且廢票不計入任何一位候選人之得票數內。全村設有四個投開票所，目前第一、第二、第三投開票所已開完所有選票，剩下第四投開票所尚未開票，結果如表(一)所示：

表(一)

投開票所	候選人			廢票	合計
	甲	乙	丙		
一	200	211	147	12	570
二	286	85	244	15	630
三	97	41	205	7	350
四					250

(單位：票)

請回答下列問題：

- (1) 請分別寫出目前甲、乙、丙三名候選人的得票數。
- (2) 承(1)，請分別判斷甲、乙兩名候選人是否還有機會當選村長，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程。

【解析】(1) 甲： $200 + 286 + 97 = 583$

乙： $211 + 85 + 41 = 337$

丙： $147 + 244 + 205 = 596$

(2) 甲： $596 - 583 = 13$

丙目前領先甲 13 票

所以第四投開票所甲贏丙 14 票以上，則甲當選

故甲可能當選

乙： $596 - 337 = 259 > 250$

若第四投開票所 250 票皆給乙，乙的總票數仍比丙低

故乙不可能當選

2. 如圖(十五)，在坐標平面上， O 為原點，另有 $A(0, 3)$ 、 $B(-5, 0)$ 、 $C(6, 0)$ 三點，直線 L 通過 C 點且與 y 軸相交於 D 點。請回答下列問題：

- (1) 已知直線 L 的方程式為 $5x - 3y = k$ ，求 k 的值。
 (2) 承(1)，請完整說明 $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 相似的理由。

【解析】(1) $(6, 0)$ 代入直線 $L: 5x - 3y = k$

$$5 \times 6 - 3 \times 0 = k$$

$$k = 30$$

- (2) 直線 $L: 5x - 3y = 30$

$x = 0$ 代入得

$$-3y = 30, y = -10$$

$$\Rightarrow D(0, -10)$$

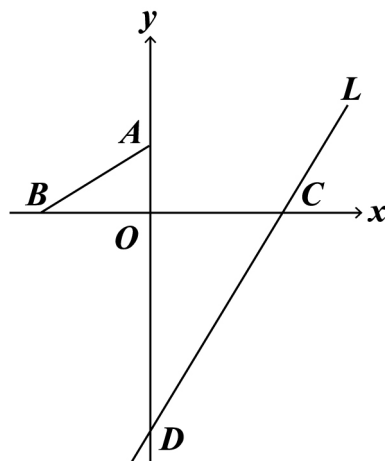
在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中

$$\therefore \angle AOB = \angle COD = 90^\circ$$

$$\frac{OA}{OB} : \frac{OC}{OD} = 3 : 6 = 1 : 2$$

$$\frac{OB}{OD} : \frac{OC}{OD} = 5 : 10 = 1 : 2$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle COD \text{ (SAS 相似性質)}$$



圖(十五)

參考公式



和的平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

差的平方公式： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$



若直角三角形兩股長為 a 、 b ，斜邊長為 c ，則 $c^2 = a^2 + b^2$



若圓的半徑為 r ，圓周率為 π ，則圓面積 $= \pi r^2$ ，圓周長 $= 2\pi r$



若一個等差數列的首項為 a_1 ，公差為 d ，第 n 項為 a_n ，前 n 項和為 S_n ，

$$\text{則 } a_n = a_1 + (n-1)d, S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$



一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解為 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$